



Министерство образования Республики Беларусь  
Филиал Учреждения образования «Брестский  
государственный технический университет»  
Политехнический колледж

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по учебной работе

С.В. Маркина

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2023

**ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

для выполнения домашних контрольных работ  
для учащихся специальности

2-36 01 31 «Металлорежущие станки и инструменты (по направлениям)»  
(код и название специальности)

\_\_\_\_\_ заочная \_\_\_\_\_

(форма обучения)

Разработал: А.С. Кирилюк, преподаватель Филиала Учреждения образования «Брестский государственный технический университет» Политехнический колледж

Методические указания разработаны на основании учебной программы, утвержденной первым проректором Учреждения образования «Брестский государственный технический университет» 14.07.2022 г.

Методические указания обсуждены и рекомендованы к использованию на заседании цикловой комиссии машиностроительных предметов

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ Протокол № \_\_\_\_\_

Председатель цикловой комиссии \_\_\_\_\_ Е.А. Василевская

**СОДЕРЖАНИЕ**

1 Введение.....	4
2 Общие методические указания по изучению учебного предмета	5
3 Методические указания по выполнению.....	6
4 Варианты заданий для домашней контрольной работы № 1.....	8
5 Задания для домашней контрольной работы № 1.....	10
6 Список использованных источников.....	26
7. Показатели оценки домашней контрольной работы.....	27
Приложения.....	28

## 1 ВВЕДЕНИЕ

Учебный предмет «Техническая механика» состоит из трех разделов: теоретической механики, сопротивления материалов и деталей машин. Теоретическая механика и сопротивление материалов изучаются на 1 курсе. Изучение заканчивается экзаменом. Детали машин изучаются на 2 курсе. Соответственно выполняется задание на курсовое проектирование.

Программа учебного предмета «Техническая механика» предусматривает изучение статики конструкций, кинематических и динамических характеристик движущихся элементов машин и механизмов по главным критериям их работоспособности, важнейших принципов проектирования, конструирования.

Изучение учебного предмета базируется на знании математики, физики, черчения, информатики и на основе практического использования персональных ЭВМ, технология конструкционных материалов.

«Техническая механика» является комплексным учебным предметом и включает в себя основные положения теоретической механики с основными понятиями их теории механизмов и машин, сопротивления материалов и деталей машин.

Знания и умения, полученные при изучении учебного предмета, являются необходимыми для последующего изучения специальных учебных предметов и успешного практического обучения.

В результате изучения учебного предмета учащиеся

*должны знать:*

– основные положения статики конструкций, кинематики и динамики механических систем и машин;

– основы расчетов элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах нагружения (простом, сложном);

– критерии прочности, конструкции и методы расчета деталей и механизмов общего назначения и основы их проектирования;

*должны уметь:*

– выбирать расчетную схему (модель) и проводить соответствующие расчеты типовых для данной отрасли элементов машин в процессе проектирования.

## **2 ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

Основной формой изучения учебного предмета является самостоятельная работа учащихся над учебниками и учебными пособиями. Учебным планом предусмотрены установочные и обзорные занятия. Установочные занятия проводятся перед изучением учебного предмета с целью ознакомления учащихся с её содержанием и методикой его дальнейшего изучения. Обзорные занятия проводятся в период лабораторно-экзаменационной сессии после самостоятельного изучения учащимися учебного предмета, с целью помочь систематизировать знания, полученные в процессе изучения, и ответить на возникшие при этом вопросы. Кроме того, по основным разделам курса учащийся может получить консультацию по всем вопросам теории учебного предмета и практики решения задач.

Изучить каждую тему рекомендуется в такой последовательности. На первом этапе внимательно и вдумчиво прочитать в учебной литературе содержание всей темы, обратив особое внимание на общий подход к изучаемому вопросу. На втором этапе материал должен быть изучен во всех подробностях.

Программой предусмотрено выполнение учащимися лабораторных, практических и расчетно-графических работ.

### 3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ

Программой учебного предмета и учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных работ. Первая контрольная работа выполняется на III курсе, включает семь задач. Три задачи по теоретической механике и четыре задачи по сопротивлению материалов. Вторая контрольная работа выполняется на 2 курсе по деталям машин.

При оформлении контрольной работы следует придерживаться следующих требований:

1. Контрольная работа выполняется по варианту, соответствующему двум последним цифрам книжки успеваемости.

2. контрольную работу нужно выполнять строго в соответствии с вариантом учащегося. В противном случае она не зачитывается и возвращается для переделки в соответствии с данным требованием.

3. Контрольную работу в соответствии со стандартом предприятия необходимо выполнять, на стандартных листах А4 (210x297 мм) писчей бумаги, сброшюрованных в тетрадь с обложкой.

4. Титульный лист выполнять в соответствии с Приложением А.

5. На последней странице тетради выполненной контрольной работы писать полное наименование и год издания методического пособия, из которого взято задание.

6. Работу выполнять четко и аккуратно. Содержание вопросов задач переписывать обязательно.

7. Текст печатается через один интервал, размер шрифта 14, при числе страниц более 500 допускается размер шрифта 12.

8. Наименование таблицы, при ее наличии, должно отражать ее содержание, быть точным, кратким. Слева над таблицей помещают слово «Таблица», после него приводят номер таблицы, не ставя точку после номера таблицы. При необходимости краткого пояснения и/или уточнения содержание таблицы приводят ее наименование, которое записывают с прописной буквы полужирным уменьшенным размером шрифта.

*Пример – Таблица 4 – Исходные данные для расчета задачи № 1.*

9. Графический материал, за исключением графического материала приложений, следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией.

*Пример – Рисунок 5 – Этюра крутящих моментов.*

10. Выполненную контрольную работу необходимо своевременно (согласно учебному графику) выслать в колледж.

11. После получения зачетной работы учащийся должен внимательно изучить рецензию и все замечания преподавателя, обратить внимание на допущенные ошибки, доработать материал.

12. Не зачетная работа или выполняется заново, или переделывается частично по указанию преподавателя.

13. Для допуска к экзамену учащемуся необходимо выполнить контрольную работу, сделать все необходимые исправления, указанные преподавателем в рецензиях и защитить упомянутую, т.е. в процессе опроса по ней показать хорошую осведомленность и самостоятельность выполнения.

14. Контрольная работа должна быть выполнена в срок (в соответствии с учебным графиком).

#### 4 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

**Таблица 1 – Номера заданий к контрольной работе № 1**

Вариант	Номера задач	Вариант	Номера задач
	Контрольная работа №1		Контрольная работа №1
<b>00</b>	1,11,21,51,61,71,81	<b>50</b>	1,11,30,59,69,75,86
<b>1</b>	2,12,22,52,62,72,82	<b>51</b>	2,12,31,60,68,74,85
<b>2</b>	3,13,23,53,63,73,83	<b>52</b>	3,13,34,57,61,77,88
<b>3</b>	4,14,24,54,64,74,84	<b>53</b>	4,14,37,58,70,76,87
<b>4</b>	5,15,25,56,66,76,86	<b>54</b>	5,15,39,55,63,79,90
<b>5</b>	6,16,26,55,65,75,85	<b>55</b>	6,16,32,56,62,78,89
<b>6</b>	7,17,27,58,68,78,88	<b>56</b>	7,17,35,53,65,71,82
<b>7</b>	8,18,28,57,67,77,87	<b>57</b>	8,18,33,54,64,80,81
<b>8</b>	9,19,29,60,70,80,90	<b>58</b>	9,19,36,51,67,73,84
<b>9</b>	10,20,30,59,69,79,89	<b>59</b>	10,20,38,52,66,72,83
<b>10</b>	10,20,31,52,70,78,87	<b>60</b>	5,15,40,54,69,73,82
<b>11</b>	1,11,32,51,69,77,86	<b>61</b>	6,16,29,52,70,74,81
<b>12</b>	2,12,33,53,61,79,88	<b>62</b>	7,17,28,53,67,71,84
<b>13</b>	3,13,34,54,62,80,89	<b>63</b>	8,18,27,51,68,72,83
<b>14</b>	4,14,35,56,64,72,81	<b>64</b>	9,19,26,58,65,79,86
<b>15</b>	5,15,36,55,63,71,90	<b>65</b>	10,20,25,56,66,80,85
<b>16</b>	6,16,37,58,66,74,83	<b>66</b>	1,11,24,57,63,77,88
<b>17</b>	7,17,38,57,65,73,82	<b>67</b>	2,12,23,55,64,78,87
<b>18</b>	8,18,39,60,68,76,85	<b>68</b>	3,13,22,59,61,75,90
<b>19</b>	9,19,40,59,67,75,84	<b>69</b>	4,14,21,60,62,76,89
<b>20</b>	9,19,27,52,68,74,85	<b>70</b>	10,20,30,53,62,75,90
<b>21</b>	10,20,28,51,67,73,84	<b>71</b>	1,11,39,51,61,74,89
<b>22</b>	1,11,29,54,70,76,87	<b>72</b>	2,12,38,57,64,72,87
<b>23</b>	2,12,30,53,69,75,86	<b>73</b>	3,13,37,55,63,73,88
<b>24</b>	3,13,21,56,62,78,89	<b>74</b>	4,14,35,52,66,76,83
<b>25</b>	4,14,22,55,61,77,88	<b>75</b>	5,15,33,59,65,71,86
<b>26</b>	5,15,24,58,64,80,81	<b>76</b>	6,16,36,56,69,79,81
<b>27</b>	6,16,23,57,63,79,90	<b>77</b>	7,17,34,54,67,77,82
<b>28</b>	7,17,26,60,66,72,83	<b>78</b>	8,18,31,60,70,78,85
<b>29</b>	8,18,25,59,65,71,82	<b>79</b>	9,19,32,58,68,80,84
<b>30</b>	8,18,31,52,61,79,88	<b>80</b>	3,13,40,53,67,71,83
<b>31</b>	9,19,34,51,70,78,86	<b>81</b>	5,15,27,51,65,79,81
<b>32</b>	10,20,37,54,63,71,90	<b>82</b>	7,17,29,57,61,77,87
<b>33</b>	1,11,39,53,62,80,89	<b>83</b>	9,19,21,55,69,73,85



Вариант	Номера задач	Вариант	Номера задач
	Контрольная работа №1		Контрольная работа №1
<b>34</b>	2,12,32,56,65,73,82	<b>84</b>	1,11,23,52,66,80,82
<b>35</b>	3,13,35,55,64,72,81	<b>85</b>	4,14,26,59,63,75,89
<b>36</b>	4,14,33,58,67,75,84	<b>86</b>	6,16,28,56,70,74,86
<b>37</b>	5,15,36,57,66,74,83	<b>87</b>	8,18,30,54,68,72,84
<b>38</b>	6,16,38,59,68,76,85	<b>88</b>	10,12,22,60,64,76,90
<b>39</b>	7,17,40,52,69,77,87	<b>89</b>	2,12,24,58,62,78,88
<b>40</b>	6,16,29,60,69,72,86	<b>90</b>	2,12,25,52,64,76,87
<b>41</b>	7,17,21,54,61,77,89	<b>91</b>	3,13,30,51,63,75,86
<b>42</b>	8,18,23,53,70,71,88	<b>92</b>	4,14,31,54,66,78,89
<b>43</b>	9,19,25,56,63,74,81	<b>93</b>	5,15,32,53,65,74,88
<b>44</b>	10,20,22,55,62,73,90	<b>94</b>	6,16,33,56,68,80,81
<b>45</b>	1,11,24,58,65,76,83	<b>95</b>	7,17,34,55,67,79,90
<b>46</b>	2,12,26,57,64,75,82	<b>96</b>	8,18,35,58,70,72,83
<b>47</b>	3,13,28,60,67,79,85	<b>97</b>	9,19,36,57,69,71,82
<b>48</b>	4,14,27,59,66,78,84	<b>98</b>	10,20,37,60,62,77,85
<b>49</b>	5,15,29,51,68,80,87	<b>99</b>	1,11,38,59,61,73,84

## 5 ЗАДАНИЯ К ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1

### Статика

**Задачи 1 – 10:** Балка, шарнирно закрепленная в точке А и удерживаемая в горизонтальном положении стержнем ВС, нагружена, как показано на рисунке 1, силой  $\vec{F}$  и парой сил с моментом М. Определить реакции шарнира А и стержня ВС. Силой тяжести балки и стержня пренебречь. Числовые данные для своего варианта взять из таблицы 1.

**Таблица 1 - Числовые данные для задач №№ 1-10**

№ задачи и схемы на рисунке 1	Вариант	a	b	F, кН	M, кН·м	$\alpha^\circ$	№ задачи и схемы на рисунке 1	Вариант	a	b	F, кН	M, кН·м	$\alpha^\circ$
		м							м				
Задача 1, схема I	00	2	0,8	0,8	6	45	Задача 2, схема II	01	3	1	2	5	40
	11	2	1	2	4	30		12	3	1,5	1,5	4	42
	22	1,5	0,5	4	5	35		23	2	1	2,5	6	45
	33	2,5	0,5	3	4,5	60		34	2	0,8	3	4,5	50
	45	2,5	1	2,5	2	65		46	2	0,5	4	3	55
	50	2	1,5	5	1,5	38		51	2,5	1	3,5	3,5	60
	66	3	1	3,5	2,5	40		67	2,5	1,5	4,5	4,8	65
	71	3	1,2	1,5	3,5	42		72	3,5	1	5	2,5	35
	84	1	0,2	1	4,2	50		89	3,5	0,5	6	2	48
	99	1,5	1	2,5	4,8	54		90	3,5	1,5	0,5	4,5	54
Задача 3, схема III	02	2	0,5	0,8	1	65	Задача 4, схема IV	03	3,5	1	4	5	30
	13	3	1	0,6	2	60		14	3,5	1,5	5	4	32
	24	3,4	1,2	1	2,5	62		25	3,5	1	6	5	35
	35	2,5	0,8	1,2	3	64		36	2	0,8	5	6	40
	47	1	0,2	1,5	3,5	58		48	2	0,5	4	3	45
	52	2	1	2	4	55		53	3	1	3	4	50
	68	3,5	1	2,5	4,5	52		69	2	0,5	2	3	52
	73	3,5	1,5	1,8	0,8	50		74	2,5	1	3	2	55
	80	2,5	1	3	0,5	48		85	2,5	1,5	6	2	60
	91	3	0,8	2,8	1,5	45		92	3	1	2	6	64
Задача 5, схема V	04	3	1	10	8	25	Задача 6, схема VI	05	3	1	3	4	70
	15	2	2	8	6	30		16	2	0,5	2,5	5	65
	26	1,5	1,5	6	4	32		27	2,5	1	3,5	4,5	60
	37	1	3	5	5	35		38	2	0,8	4	3	55
	49	3	1,5	6	4,5	38		40	3,5	1,5	4,5	10	50
	54	1	3	4	3,5	40		55	3,5	1	4,8	8	45
	60	1	2	3	2,5	45		61	3	1,2	5	4,5	40
	75	3,5	0,5	4,5	3	50		76	3,5	1,5	6	7	35
	81	2,5	1,5	2,5	2	55		86	2,5	0,5	5,5	3	30

№ задачи и схемы на рисунке 1	Вариант	a	b	F, кН	M, кН·м	$\alpha^\circ$	№ задачи и схемы на рисунке 1	Вариант	a	b	F, кН	M, кН·м	$\alpha^\circ$
		м							м				
Задача 7, схема VII	93	1	1,5	4	1	60	Задача 8, схема VIII	94	2	1,2	2	2,5	4
	06	2	1	4	4	40		07	2	0,5	4	3	50
	17	2	2	5	10	45		18	2	1	6	8	40
	28	1,5	1,5	6	8	48		29	3	1	8	7,2	30
	39	2,5	1,5	6,5	5	50		30	3	1,5	5	4	35
	41	3	1	5,4	3	52		42	3	0,5	4,5	5	45
	56	1	3	4,5	4	55		57	2,5	0,5	5,5	2	48
	62	1	2	3,5	2	60		63	2,5	1	3	3	55
	77	1,5	2,5	4	3,5	65		78	3	0,8	3,5	5,2	60
	82	1,2	2,8	3	6	70		87	1,5	0,5	2,5	4,5	65
Задача 9, схема IX	95	2,8	1,2	2	4,5	60	Задача 10, схема X	96	2,8	0,4	5	1,5	42
	08	4	–	10	4	60		09	1	3	6	1	75
	19	3	–	12	6,5	55		10	3	1	5	2	70
	20	2,5	–	8	8	50		21	2	2	4	3	65
	31	3,5	–	6	5	30		32	1,5	2,5	3	4	60
	43	3,4	–	5	4	32		44	1,2	2	2	5	55
	58	2,8	–	4	3	35		59	2	1,5	1	4	50
	64	3,5	–	7,5	2,5	40		65	1	1	2	3	45
	79	2	–	5,5	2	45		70	2,5	1	3	2	40
	83	1,8	–	2	1	48		88	2,5	1,5	4	1	35
97	3	–	9	3,5	42	98	2	1	5	3	30		

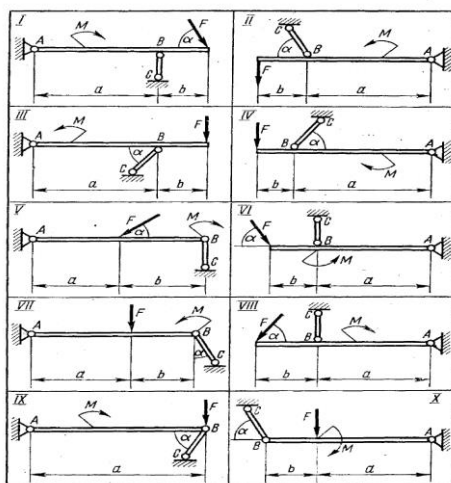


Рисунок 1 - Схема балки

## Кинематика

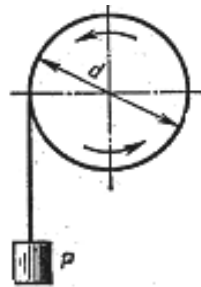
**Задачи 11 – 20:** На обод колеса диаметром  $d$  намотана нить, на которой подвешен груз  $P$  (рисунок 2, таблица 2). В некоторый момент груз начинает падать с постоянным ускорением  $\alpha$  и проходит за время  $t$  путь  $S$ , достигнув

конечной скорости  $v_k$ . За это время колесо поворачивается на угол  $\varphi$  и достигает конечной угловой скорости  $\omega_k$ , а нормальное ускорение точек обода колеса становится равным  $a_n$ . Угловое ускорение колеса  $\varepsilon$ .

Для соответствующего варианта найти числовые значения величин, не указанные в таблице 2.

**Таблица 2 - Числовые данные для задач №№ 11-20**

Вариант	d, м	$\alpha$ , м/с <sup>2</sup>	t, с	S, м	$v_k$ , м/с	$\varphi$ , рад	$\omega_k$ , рад/с	$\varepsilon$ , рад/с <sup>2</sup>	$a_n$ , м/с <sup>2</sup>
11	0,30		6	5,4					
12	0,20			6,0					40
13	0,40	0,2					4		
14				6,0		40		0,2	
15			10		0,9		6		
16					0,8	80		0,4	
17		0,3	6				6		
18		0,4			1,2				3,6
19	0,20		4	3,2					
20	0,40			12,0					80



**Рисунок 2 - Обод колеса**

**Задача 21:** Точка, находящаяся в покое, начала прямолинейное движение с ускорением  $\alpha = 2 \text{ м/с}^2$ . Приобретя скорость  $v = 10 \text{ м/с}$ , точка стала двигаться равномерно по дуге окружности радиуса  $r = 8 \text{ м}$ . Через 15 с равномерного движения точка внезапно остановилась. Определить: 1) путь, пройденный точкой за время ее движения; 2) среднюю скорость на этом пути; 3) ускорение точки при движении по дуге окружности.

**Задача 22:** Шкив диаметром  $d = 400 \text{ мм}$ , имея угловую скорость  $\omega_0 = 8 \text{ рад/с}$ , начал вращаться равноускоренно и через 12 с его угловая скорость  $\omega$  достигла значения 14 рад/с. Определить: 1) угловое ускорение шкива; 2) сколько оборотов успел сделать шкив за время равноускоренного движения.

**Задача 23:** Точка движется равномерно по дуге окружности радиуса  $r = 200$  м. Пройдя 150 м за 10 с, точка стала двигаться равнозамедленно и остановилась через 40 с после начала равнозамедленного движения. Определить: 1) путь, пройденный точкой за все время движения; 2) ускорение точки в момент  $t = 24$  с после начала равнозамедленного движения; 3) на каком расстоянии находилась точка в этот момент от места начала движения.

**Задача 24:** Тело при равнозамедленном вращении с угловым ускорением

$\varepsilon = -2$  рад/с<sup>2</sup> в течение 1,4 мин сделало 2100 оборотов. Определить: 1) угловую скорость тела в начале равнозамедленного вращения; 2) скорость и нормальное ускорение точек тела в момент  $t = 60$  с после начала равнозамедленного вращения, если эти точки расположены на расстоянии  $\rho = 0,5$  м от оси вращения тела.

**Задача 25:** Точка двигалась равномерно со скоростью 2 м/с в течение 10 с, а затем, получив ускорение, двигалась равноускоренно еще 10 с, успев пройти за это время (20 с) 90 м. С начала 91-го метра точка снова стала двигаться равномерно с той скоростью, которую приобрела к этому моменту. Через 10 с равномерного движения точка внезапно остановилась. Определить: 1) весь путь, пройденный точкой за 30 с; 2) ускорение точки в момент  $t = 15$  с, считая от начала движения, если в этот момент движение происходит по дуге окружности радиуса  $r = 20$  м.

**Задача 26:** Ротор при угловой скорости  $n_0 = 720$  об/мин начал равноускоренное вращение с угловым ускорением  $\varepsilon = 20$  рад/с<sup>2</sup>. После 12 с равноускоренного вращения ротор в течение 420 с вращается равномерно. Определить: 1) угловую скорость равномерного вращения; 2) сколько оборотов совершил ротор за все рассмотренное в задаче время.

**Задача 27:** Точка двигалась равномерно в течение 20 с и прошла путь 100 м. В начале 21-й секунды скорость точки внезапно возросла до 8 м/с, и с этой скоростью точка двигалась еще 20 с, а затем последовало равнозамедленное движение и через 20 с точка остановилась. Определить: 1) весь путь, пройденный точкой, и построить графики перемещения, скорости и ускорения точки, считая движение точки прямолинейным.

**Задача 28:** В течение 15 с вращения вала происходило согласно уравнению

$\varphi = 20t + 0,5t^3$  ( $\varphi$  – в радианах,  $t$  – в секундах). Определить: 1) угловую скорость вала в момент  $t_0 = 0$  и  $t_1 = 15$  с; 2) угловое ускорение в эти же моменты; 3) сколько оборотов совершил вал за 15 с.

**Задача 29:** Точка начала прямолинейное движение из состояния покоя с ускорением  $0,8$  м/с<sup>2</sup>. Через 15 с после начала движения точка стала двигаться равнозамедленно и за последующие 20 с ее скорость уменьшилась до 6 м/с и с этой скоростью точка двигалась еще 20 с и остановилась.

Написать уравнения, которым подчинялось движение точки на каждом этапе; построить графики перемещения, скорости и ускорения точки.

**Задача 30:** Движение точки по окружности радиуса  $r = 1$  м подчиняется уравнению

$s = -2t + 0,5t^2$  ( $s$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Построить графики перемещения, скорости и касательного ускорения точки для первых шести секунд движения. На основании анализа графиков указать: в течение какого времени движение было ускоренным и в течение какого – замедленным, какой путь прошла точка за 6 с и успела ли она пройти окружность полностью.

### Динамика

**Задача 31:** Масса мотоциклиста вместе с мотоциклом 280 кг. Когда мотоциклист проезжает по легкому мостику со скоростью 72 км/ч, то мостик прогибается, образуя дугу радиусом 45 м. Определить максимальную силу давления, производимую мотоциклом на мостик.

**Задача 32:** К потолку вагона на тонкой нити подвешен груз, масса которого 1 кг. Определить, на какой угол  $\alpha$  от вертикали отклонится нить при прямолинейном движении вагона с постоянным ускорением 5 м/с<sup>2</sup>. Каково при этом будет натяжение нити? Массой нити пренебречь.

**Задача 33:** Шарик, масса которого 0,5 кг, привязан к нити длиной 60 см и вращается вместе с ней в вертикальной плоскости с частотой 90 мин<sup>-1</sup>. Определить наибольшее натяжение нити, пренебрегая ее массой.

**Задача 34:** Человек, держащий в руке сумку с продуктами массой 12 кг, вошел в лифт. С какой силой действует сумка на руку человека в начале подъема лифта, если ускорение при этом постоянно и равно 6,2 м/с<sup>2</sup>?

**Задача 35:** Груз массой в 5 т, подвешенный на тросе длиной 4 м, совершает колебательное движение и при переходе через положение равновесия имеет скорость 1,6 м/с. Определить в этот момент натяжение троса. Массой троса и размерами груза пренебречь.

**Задача 36:** Груз массой 12 т, подвешенный на тросе, опускается вертикально вниз с ускорением 4,4 м/с<sup>2</sup>. Определить натяжение троса, пренебрегая его массой.

**Задача 37:** Шарик массой 0,8 кг привязан к нити, которая может выдержать натяжение не более 5 Н. При какой угловой скорости вращения в вертикальной плоскости нити с шариком возникает опасность ее разрыва, если длина нити 80 см? Массой нити пренебречь.

**Задача 38:** К потолку вагона на тонкой нити подвешен шарик массой 2 кг. При равноускоренном прямолинейном движении вагона нить отклоняется от вертикали на угол  $\alpha = 15^\circ$ . Определить ускорение вагона и натяжение нити. Массой нити пренебречь.

**Задача 39:** Какая максимальная сила прижимает летчика к креслу при выполнении фигуры высшего пилотажа «петля Нестерова», если масса летчика 80 кг, скорость самолета 1600 км/ч, радиус траектории 180 м.

**Задача 40:** С какой скоростью должен проехать мотоциклист по выпуклому мостику, радиус кривизны которого 25 м, чтобы в самой верхней точке мостика сила давления мотоцикла на мостик была в два раза меньше его общей с мотоциклистом силы тяжести?

**Задача 41:** По ледяной дороге, имеющей подъем под углом  $12^\circ$  к горизонту, трактор тянет сани с грузом в 10 т со скоростью 9 км/ч. Коэффициент трения саней о дорогу 0,05. Определить развиваемую трактором мощность.

**Задача 42:** Каток массой 100 кг вкатывается по наклонной плоскости равномерно под действием постоянной силы  $\vec{F}$  (рисунок 3, схема I), параллельной плоскости. Определить работу, совершаемую силой  $\vec{F}$  при подъеме катка на высоту  $h = 4$  м, если коэффициент трения качения  $f_k = 0,25$  см.

**Задача 43:** Станок приводится в движение ременной передачей от шкива, который получает вращение через редуктор от электродвигателя мощностью 2,4 кВт. Шкив диаметром 20 см вращается с частотой  $180 \text{ мин}^{-1}$ , натяжение ведущей ветви ремня 1700 Н, ведомой 850 Н. Определить КПД передачи.

**Задача 44:** Определить общий КПД силовой передачи и гребного винта буксира, а также мощность вредных сопротивлений, если мощность на выходном валу двигателя 110 кВт при скорости 18 км/ч и общей силе полезного сопротивления движению 6 кН.

**Задача 45:** Тягач, развивая мощность 66 кВт, тянет по горизонтальной ледяной дороге со скоростью 12 км/ч сани с грузом 25 т. Определить коэффициент трения между санями и дорогой. Какую работу совершает тягач на одном километре пути?

**Задача 46:** Двигатель мощностью 25 кВт, установленный на мотоцикл, сообщает ему на горизонтальном участке пути скорость 108 км/ч, а установленный на катере – скорость 10,5 м/с. Принимая КПД мотоцикла  $\eta_m = 0,65$  и катера  $\eta_k = 0,15$ , определить полезные сопротивления движению в обоих случаях.

**Задача 47:** По вертикальным направляющим поднимается груз в 1,2 т со скоростью  $v = 0,5$  м/с (рисунок 3, схема II). Сила  $\vec{F}$ , поднимающая груз, направлена под постоянным углом  $\alpha = 15^\circ$  к вертикали; коэффициент трения при движении груза по направляющим 0,35. Определить мощность, развиваемую при подъеме груза, и КПД подъемника.

**Задача 48:** Каток диаметром 1,5 м и массой 2 т (рисунок 3, схема III) равномерно катится под действием силы  $\vec{F}$ , направленной под углом  $\alpha = 30^\circ$  к

горизонту. Определить работу силы  $\vec{F}$  на пути 200 м, если коэффициент трения качения  $f_k = 4$  см.

**Задача 49:** На валу, вращающемся с постоянной частотой  $750 \text{ мин}^{-1}$  укреплены ведущие шкивы 1 и 2 ременных передач (рисунок 3, схема IV). Натяжения в сбегающих ветвях соответственно равны  $F_1 = 1800 \text{ Н}$  и  $F_2 = 1500 \text{ Н}$ .

**Задача 50:** Резиновую заглушку длиной  $b = 150 \text{ мм}$  протаскивают сквозь трубу длиной  $3b$  (рисунок 3, схема V). Сила трения между внутренней поверхностью трубы и заглушкой пропорциональна поверхности их соприкосновения. Когда заглушка полностью находится в трубу, сила трения  $F_{\text{тр}} = 200 \text{ Н}$ . Определить работу трения при протаскивании заглушки сквозь трубу.

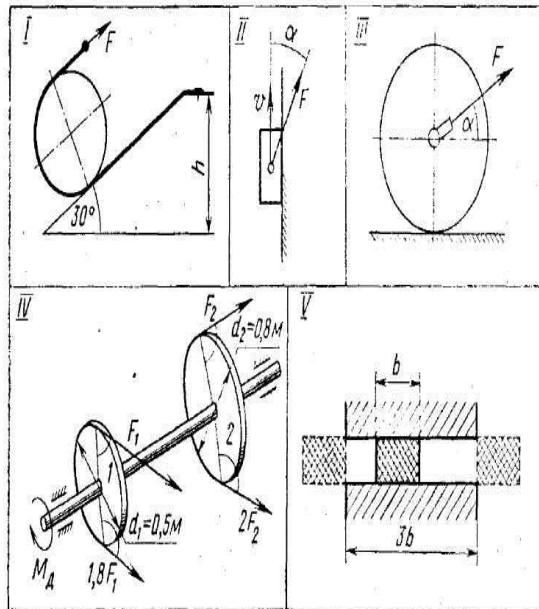


Рисунок 3 - Схема протягивания резиновой заглушки

**Задачи 51–60:** Двухступенчатый стальной брус, длины ступеней которого указаны на рисунке 4 (схемы I – X), нагружен силами  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ . Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение  $\Delta l$  нижнего торцевого сечения бруса, приняв  $F = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ . Числовые значения  $F_1$ ,  $F_2$ , а также площади поперечных сечений ступеней  $A_1$  и  $A_2$  для своего варианта взять из таблицы 3.



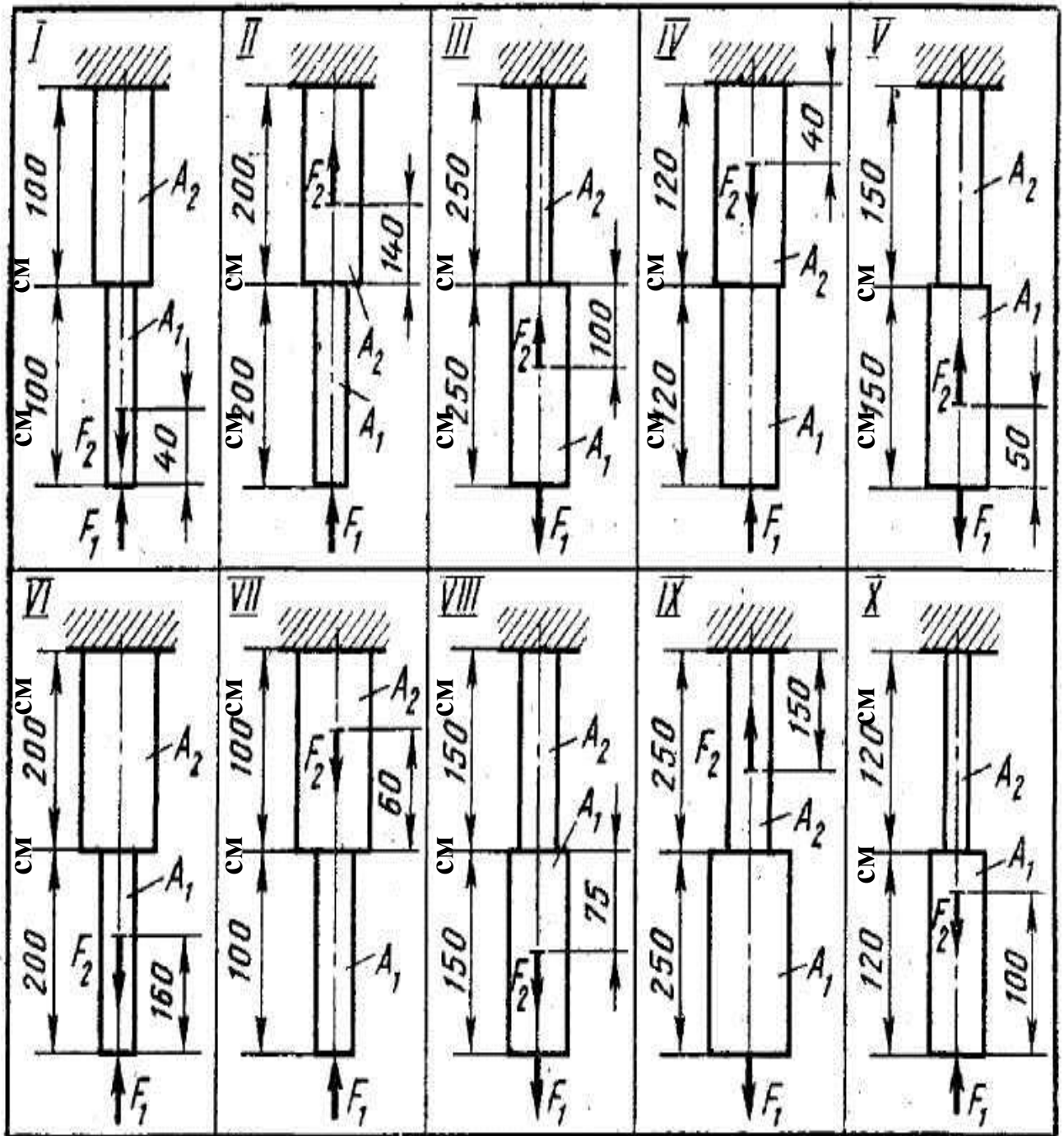


Рисунок 4 - Двухступенчатый стальной брус

Таблица 3 - Числовые данные для задач №№ 51-30

№ задачи и схемы на рисунке 4	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	№ задачи и схемы на рисунке 4	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
		кН		см <sup>2</sup>				кН		см <sup>2</sup>	
Задача 51, схема I	00	18	30	1,2	2,5	Задача 52, схема II	01	3,0	8,4	0,2	0,6
	11	20	40	1,5	3,8		10	4,2	9,0	0,3	0,6
	21	12	10	0,9	2,4		20	4,8	10,0	0,4	0,8
	31	28	50	2,0	4,2		30	5,0	9,8	0,5	1,0
	49	6	14	0,5	1,5		39	7,2	15,0	0,6	1,5
	58	8	20	0,8	1,2		59	5,6	8,6	0,7	2,0
	63	15	12	1,5	2,8		61	7,2	14,0	0,8	2,4
	71	16	32	1,0	2,2		74	14,4	14,4	0,9	2,5
	81	16	8	1,4	3,6		84	9,0	22,0	1,0	3,0
91	25	35	2,5	4,0	90	14,4	28,0	1,2	3,2		

№ задачи и схемы на рисунке 4	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	№ задачи и схемы на рисунке 4	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
		кН		см <sup>2</sup>				кН		см <sup>2</sup>	
Задача 53, схема III	0,2	16	34	2,0	1,5	Задача 54, схема IV	0,3	13,8	39	2,0	2,5
	12	24	12	2,4	2,0		13	4,8	28,8	2,5	3,0
	23	40	42	2,8	2,2		22	7,0	21,5	2,8	3,0
	33	20	36	2,5	1,8		32	17,6	43,2	3,0	3,2
	42	25	5	3,0	2,4		41	9,9	22,7	3,2	3,5
	56	38	50	3,2	2,5		57	17,0	51,0	3,5	4,0
	62	30	14	2,1	1,6		60	23,1	40,5	3,8	4,2
	70	12	30	1,8	1,2		77	12,0	39,0	4,0	4,5
	80	10,4	2	2,6	2,1		87	39,0	63,0	4,5	4,8
	93	27,2	50,2	3,4	2,3		92	39,2	80,8	5,0	5,2
Задача 55, схема V	0,5	4,5	12,0	2,5	2,0	Задача 56, схема VI	04	1,6	3,8	0,2	0,6
	15	7,2	17,4	2,8	2,0		14	3,6	6,6	0,3	0,6
	25	8,0	18,8	2,2	1,8		24	6,2	9,4	0,4	0,8
	35	8,4	20,4	2,0	1,5		34	3,75	8,0	0,5	1,0
	44	15,0	35,0	3,0	2,5		43	9,6	16,8	0,6	1,5
	54	12,0	16,4	3,0	2,4		55	9,8	4,9	0,7	2,0
	67	14,3	29,3	3,0	2,5		65	12,0	4,0	0,8	2,4
	73	13,3	24,8	2,8	2,3		76	11,7	5,0	0,9	2,5
	83	9,2	22,2	3,2	2,5		86	13,5	4,5	1,0	3,0
	95	21,6	45,6	3,5	3,0		94	18,0	7,2	1,2	3,2
Задача 57, схема VII	0,7	15,0	10,0	1,2	2,5	Задача 58, схема VIII	06	15,0	17,0	2,5	2,0
	17	18,3	30,5	1,5	3,8		16	6,0	12,0	3,0	2,5
	27	9,9	19,8	0,9	2,4		26	11,9	16,1	3,0	2,8
	37	28,0	8,0	2,0	4,2		36	6,4	17,6	3,2	3,0
	46	4,5	20,0	0,5	1,5		45	10,8	16,4	3,5	3,2
	52	8,4	15,0	0,8	1,2		53	10,8	27,7	4,0	3,5
	66	12,0	24,0	1,5	2,8		64	15,4	18,8	4,2	3,8
	72	16,2	5,2	1,0	2,2		79	7,4	18,6	4,5	4,0
	82	21,0	6,0	1,4	3,6		89	11,7	18,9	4,8	4,5
	97	32,5	10,0	2,5	4,0		96	33,6	16,4	5,2	5,0
Задача 59, схема IX	09	12,0	30,0	2,5	2,0	Задача 60, схема X	08	16,8	34,8	3,1	1,5
	19	10,8	30,8	2,8	2,0		18	12,0	42,0	3,0	2,0
	29	12,8	34,8	2,2	1,8		28	11,2	31,0	3,5	2,2
	38	11,2	24,7	2,0	1,5		40	15,0	37,5	3,0	1,8
	48	22,4	2,4	3,0	2,5		47	48,0	12,0	3,6	2,4
	50	18,9	45,3	3,0	2,4		51	38,4	13,4	3,5	2,5
	68	30,8	15,3	3,0	2,5		69	29,4	10,2	2,8	1,6
	75	22,8	4,4	2,8	2,3		78	24,8	8,7	2,5	1,2
	85	36,8	11,8	3,2	2,5		88	39,0	5,4	3,2	2,1
	99	29,6	5,6	3,5	3,0		98	42,5	12,6	4,0	2,3

### Кручение

**Задачи 61 – 70:** Для стального вала постоянного поперечного сечения (рисунок 5, схемы 1 – 10): 1) определить значения моментов  $M_1, M_2, M_3, M_4$ ; 2) построить эпюру крутящих моментов; 3) определить диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость. Принять  $[\tau_k] = 30$  МПа;  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м.

Данные своего варианта взять из таблицы 4. Окончательно принимаемое значение диаметра вала должно быть округлено до ближайшего большего четного или оканчивающегося на пять числа.

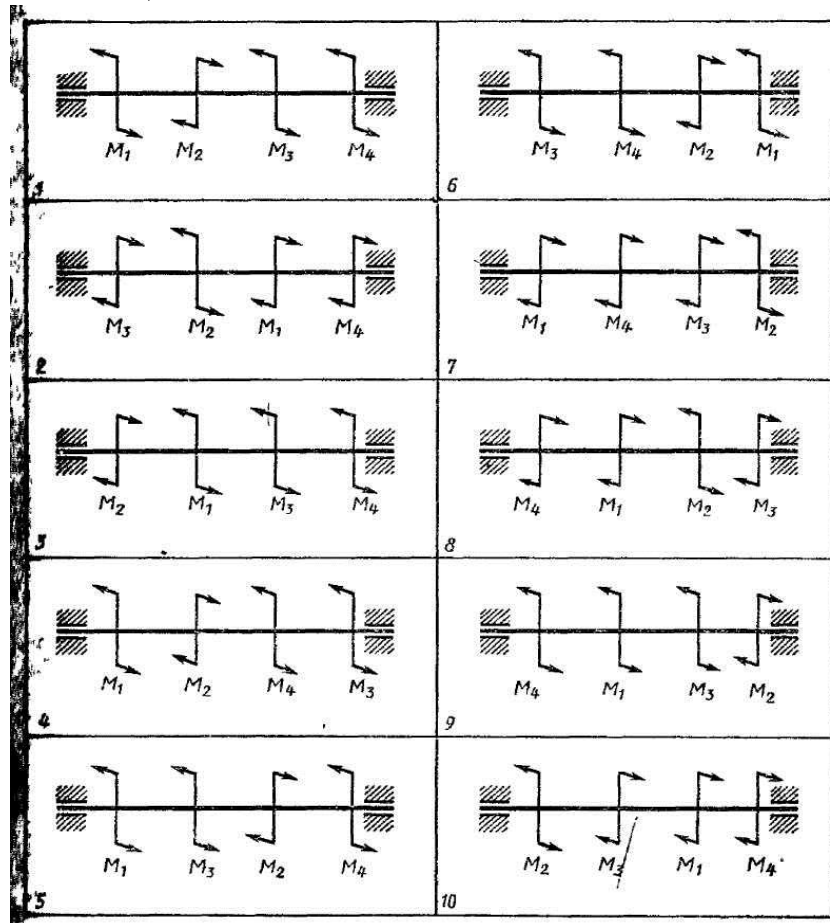


Рисунок 5 - Схема распределения моментов вала

Таблица 4 - Числовые данные для задач №№ 61-70

№ задачи и схемы на рисунке 5	Вариант	P <sub>1</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	ω, рад/с	№ задачи и схемы на рисунке 5	Вариант	P <sub>1</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	ω, рад/с
		кВт						кВт			
Задача 61, схема 1	00	35	20	15	20	Задача 62, схема 2	01	130	90	40	45
	12	150	100	50	45		13	100	65	25	35
	25	40	25	20	25		24	90	45	20	20
	30	110	60	30	35		33	120	30	30	20
	41	40	15	25	30		44	80	55	35	25
	52	75	40	15	20		55	110	50	40	20
	68	90	60	25	30		69	85	45	40	30
	71	65	35	20	25		70	72	54	36	18
	82	140	110	60	45		89	75	60	45	15
99	120	80	40	35	98	120	40	20	20		
Задача 63,	02	15	10	35	16	Задача 64,	03	60	40	20	20

схема 3	15	75	80	25	40	схема 4	14	150	100	75	55
	27	55	65	25	20		26	95	70	45	35
	32	45	50	35	23		35	110	85	50	30
	43	80	65	45	30		46	130	90	55	40
	54	50	40	30	18		57	70	45	30	18
	66	70	60	40	25		67	85	50	25	20
	73	55	40	18	32		72	100	65	30	25
	85	65	55	35	35		88	90	70	35	25
	91	40	30	30	16		90	140	110	50	45
Задача 65, схема 5	05	100	18	50	20	Задача 66, схема 6	04	60	150	80	55
	17	50	15	25	18		16	45	100	60	30
	29	40	120	20	20		28	50	110	75	30
	34	100	80	65	25		37	20	85	35	20
	45	90	25	40	20		48	15	65	25	15
	56	30	100	25	30		59	35	90	45	20
	64	55	95	20	25		65	80	130	90	45
	75	110	20	60	15		74	25	80	40	18
	81	80	50	35	25		84	35	95	50	20
93	95	45	20	18	92	45	120	60	30		
Задача 67, схема 7	07	18	35	40	10	Задача 68, схема 8	06	20	50	30	10
	19	16	30	45	12		18	40	115	55	16
	21	20	35	100	25		20	65	140	80	35
	36	60	90	120	45		38	18	40	25	8
	47	35	50	80	40		49	70	150	95	40
	58	16	30	35	12		51	18	60	42	12
	62	80	100	150	50		63	20	65	38	10
	77	32	50	110	40		79	60	120	65	40
	80	24	38	55	18		87	30	100	45	15
95	30	55	70	25	94	40	110	50	18		
Задача 69, схема 9	09	52	100	60	32	Задача 70, схема 10	08	80	95	75	25
	11	30	80	45	15		10	75	120	90	30
	23	35	95	50	18		22	42	60	55	18
	39	50	120	65	20		31	35	75	40	20
	40	65	160	80	30		42	58	100	86	25
	50	75	150	95	30		53	50	130	95	30
	60	25	60	42	10		61	45	150	70	40
	76	42	75	50	15		78	32	50	42	14
	83	50	110	75	22		86	18	55	30	8
97	24	50	38	9	96	16	35	20	7		

### Изгиб

**Задачи 71–80:** Для заданной двухопорной балки (рисунок 6, схемы 1–10) определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил и

изгибающих моментов и подобрать из условия прочности размеры поперечного сечения прямоугольника, приняв для прямоугольника  $h = 2b$ . Считать  $[\sigma] = 150$  МПа, данные своего варианта взять из таблицы 5.

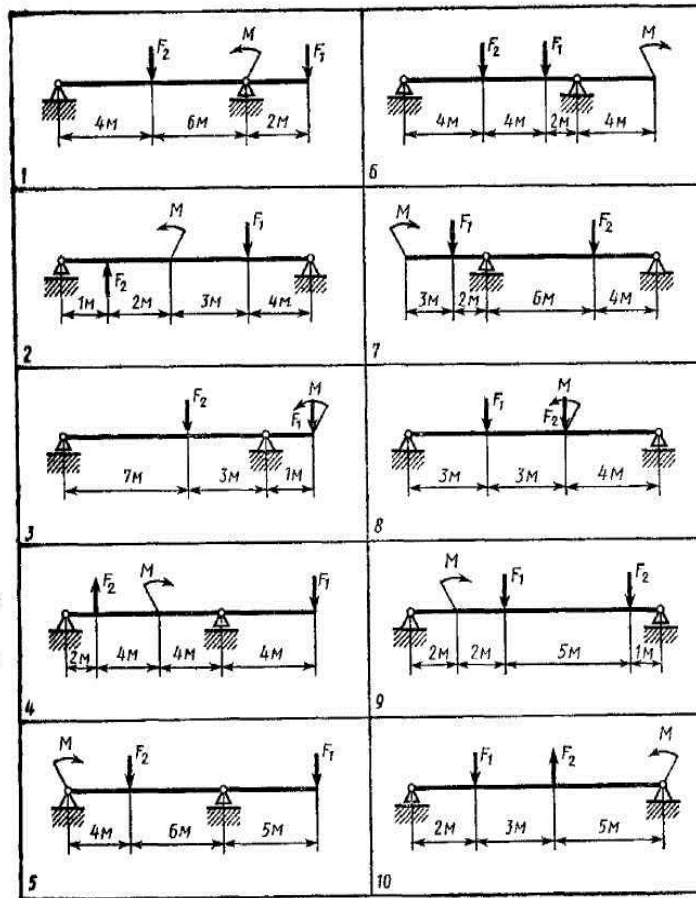


Рисунок 6 - Двухопорная балка

Таблица 5 - Числовые данные для задач №№ 71-80

№ задачи и схемы на рисунке 6	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M	№ задачи и схемы на рисунке 6	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M
		кН		кН·м			кН		кН·м
Задача 71, схема 1	00	20	10	12	Задача 72, схема 2	01	2	6	10
	15	12	8	20		14	14	5	8
	29	10	20	15		28	20	14	10
	32	8	12	10		35	5	12	6
	42	16	8	25		40	16	10	8
	56	12	20	40		59	4	10	2
	62	8	16	15		63	10	8	12
	75	15	4	8		72	2	5	10
	80	40	20	30		87	6	8	4
Задача 73, схема 3	97	30	20	18	96	1	5	3	
	02	5	20	4	Задача 74, схема 4	03	10	15	2
	17	12	16	5	16	1	6	8	

№ задачи и схемы на рисунке 6	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M	№ задачи и схемы на рисунке 6	Вариант	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M
		кН		кН·м			кН		кН·м
	21	10	20	30		20	2	10	3
	34	15	9	6		37	12	8	10
	44	20	3	8		43	4	10	1
	58	4	18	3		51	8	5	4
	60	10	6	12		61	15	12	6
	73	8	12	4		71	3	5	8
	83	5	14	2		86	2	10	12
	99	15	10	6		93	6	4	1
	Задача 75, схема 5	05	20	1		2	Задача 76, схема 6	04	3
19		15	2	3	18	5		4	8
23		30	4	1	22	12		16	5
36		25	3	4	38	1		2	4
46		10	1,5	0,6	45	8		5	2
50		8	3,5	2,4	53	14		6	3
68		12	2,5	1,6	69	4		7	1
70		14	2	0,6	74	2		3	5
85		18	1,5	2,6	88	10		15	6
91	15	1	0,4	90	8	12	10		
Задача 77, схема 7	07	5	2	6	Задача 78, схема 8	06	1	2,5	2
	11	8	1	4		10	4	3	10
	25	10	2	5		24	2	4,5	6
	39	12	3	8		31	5	8	10
	41	6	1	3		48	1	3,5	5
	52	4	3	10		55	5	2	7
	66	3	2	8		67	10	4,5	6
	77	8	4	12		78	20	8	2
	82	2	3	7		89	5	9,5	8
98	9	5	11	92	8	6	1		
Задача 79, схема 9	09	2	4	1	Задача 80, схема 10	08	6,5	1,4	2
	12	4	1,5	10		13	1	2	14
	27	6	2	12		26	3,5	8	5
	30	1	3,5	8		33	5	10	4
	47	2,5	10	4		49	1,5	6	16
	54	15	4	2		57	10	8,4	3
	64	3,5	8	5		65	9,5	1	25
	76	1,5	3	20		79	12	3	10
	81	0,5	1	3		84	6,5	5	2
95	4	2,5	6	94	5,5	2	12		

### Изгиб с кручением

**Задачи 81–90:** Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами (рисунок 7) передающего мощность  $P$ , кВт, при

угловой скорости  $\omega$ , рад/с (числовые значения этих величин для своего варианта взять из таблицы 6): 1) определить вертикальные и горизонтальные составляющие реакций подшипников; 2) построить эпюру крутящих моментов; 3) построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальных плоскостях; 4) определить диаметр вала, приняв  $[\sigma] = 60$  МПа (в задачах 111, 113, 115, 117, 119) или  $[\sigma] = 70$  МПа (в задачах 112, 114, 116, 118, 120) и полагая  $F_{r1} = 0,4F_1$ ;  $F_{r2} = 0,4F_2$ . В задачах 111–115 расчет производить по гипотезе наибольших касательных напряжений. Все размеры на рисунке 7 (схемы 1–10) даны в миллиметрах.

**Таблица 6 – Числовые данные для задач №№ 81-90**

№ задачи и схемы на рисунке 7	Вариант	P, кВт	$\omega$ , рад/с	№ задачи и схемы на рисунке 7	Вариант	P, кВт	$\omega$ , рад/с
Задача 81, схема 1	00	6	22	Задача 82, схема 2	01	3	25
	14	8	36		17	8	48
	26	10	40		29	10	50
	35	9	30		34	12	40
	43	3	45		46	22	24
	57	20	50		56	20	60
	61	12	68		60	20	22
	76	5	20		77	9	36
	81	3	50		84	8	42
	94	12	48		97	15	35
Задача 83, схема 3	02	10	30	Задача 84, схема 4	03	5	40
	16	20	80		19	6	36
	28	15	45		21	7	35
	37	12	38		36	12	24
	45	14	18		48	15	15
	59	8	42		58	12	32
	63	10	45		62	9	42
	74	18	22		79	10	45
	80	25	40		87	7	21
	96	5	42		99	20	36
Задача 85, схема 5	05	5	18	Задача 86, схема 6	04	20	45
	18	10	18		11	19	38
	20	12	30		23	21	15
	38	24	30		31	18	26
	47	6	24		40	15	18

№ задачи и схемы на рисунке 7	Вариант	P, кВт	$\omega$ , рад/с	№ задачи и схемы на рисунке 7	Вариант	P, кВт	$\omega$ , рад/с
	51	12	52		50	16	50
	65	3	15		64	8	30
	78	15	45		75	7	20
	83	19	50		86	10	24
	98	20	25		91	13	48
Задача 87, схема 7	07	4	35	Задача 88, схема 8	06	16	40
	10	20	15		12	30	50
	22	18	20		25	28	42
	39	16	18		30	20	38
	49	30	24		42	15	20
	53	25	30		52	18	30
	67	22	28		66	22	30
	72	15	18		73	27	35
	82	8	42		89	24	28
	90	10	12		93	4	20
Задача 89, схема 9	09	12	38	Задача 90, схема 10	08	40	70
	13	15	42		15	30	50
	24	10	32		27	32	38
	33	20	50		32	25	42
	41	23	18		44	12	32
	55	14	24		54	28	34
	69	16	20		68	20	35
	71	24	15		70	10	20
	85	26	25		88	14	30
92	6	48	95	35	40		



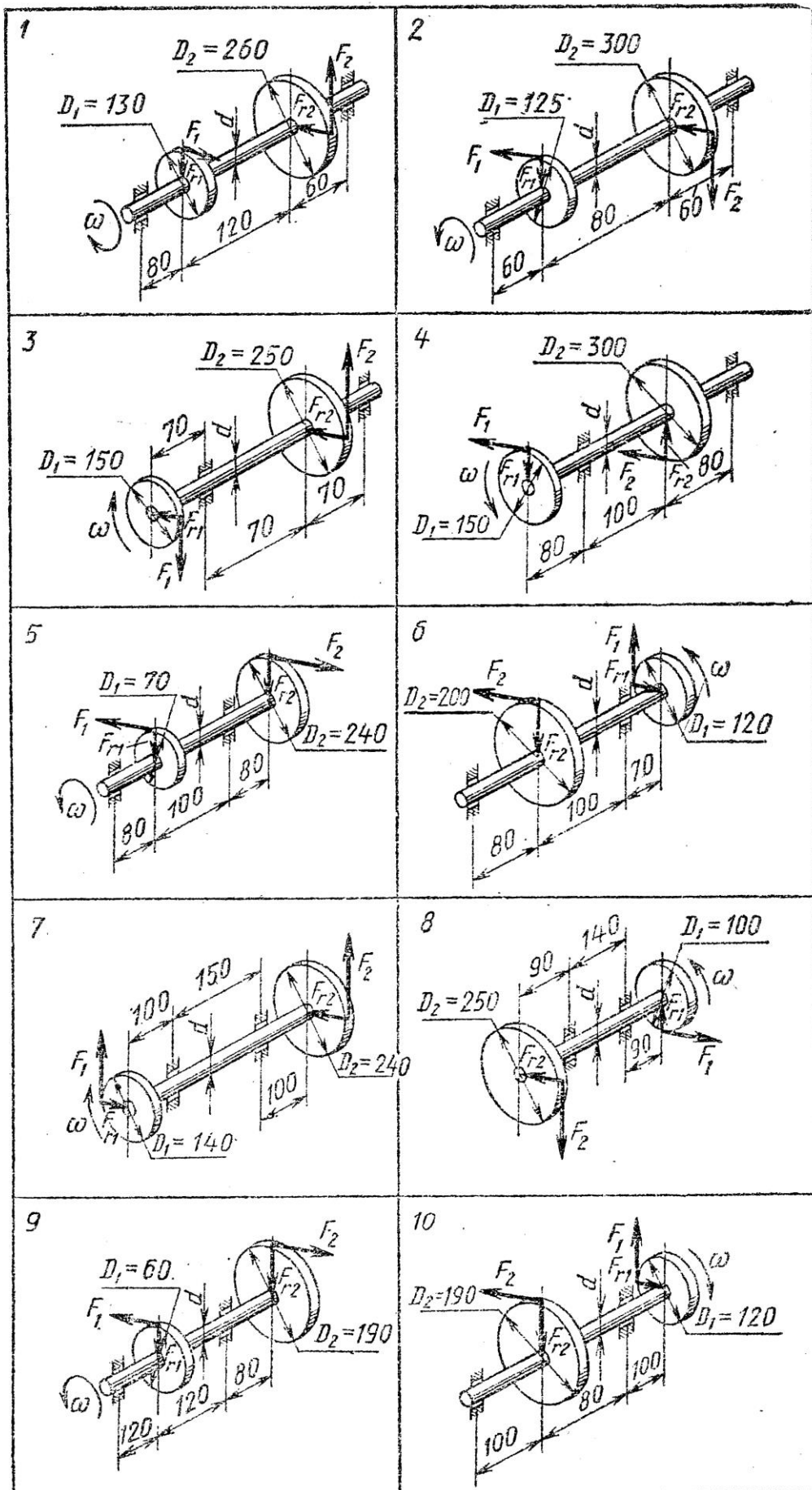


Рисунок 7 - Стальной вал с двумя зубчатыми колесами

## 6 СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

### *Основная:*

**1 Винокуров А. И.** Сборник задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для учащихся машиностроительных специальностей техникума. – М.: Высшая школа, 1990

**2 Ицкович Г. М.** Сопротивление материалов: Учебник для учащихся машиностроительных техникумов. - 7-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1986

**3 Никитин Е. М.** Теоретическая механика для техникумов. – 12-е изд., испр. – М: Наука Гл. ред физ.-мат. лит., 1988

**4 Фаин А. М.** Сборник задач по теоретической механике: Учеб. пособие для техникумов. - 2-е изд.. испр. и доп. – М: Высшая школа, 1987

**5 Эрдеди А. А.** и др. Техническая механика: Теоретическая механика. Сопротивление материалов. Учебник для машиностроительных специальностей техникумов / А. А. Эрдеди, Ю. А. Медведев, Н. А. Эрдеди. - 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1991

**6 А.А. Эрдеди, Н.А. Эрдеди.** Техническая механика. Детали машин. Учебник для машиностроительных специальностей техникумов. – М.: Высшая школа, 1991

### *Дополнительная:*

**7 Анурьев В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя: В 3-х т. - 6-е изд перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1982

**8 Борель Е.А.** Сопротивление материалов. Часть I. Простое нагружение. Учебное пособие. – М., 2001

**9 Дубейковский Е. Н., Саввушкин Е. С.** Сопротивление материалов: Учебник для машиностроительных специальностей техникумов. – М.: Высшая школа, 1985

**10 Олофинская Е.П.** Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий. – М.: ФОРУМ-ИНФРА-М, 2003

**11 Мещерский И. В.** Задачи по теоретической механике: Учеб. пособие. - 37-е изд., испр. / Под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. - СПб.: Лань, 1998

**7. Показатели оценки домашней контрольной работы**

Отметка	Показатели оценки
Не зачтено	Несоответствие варианту ДКР, воспроизведение отдельных объектов изучения программного учебного материала, предъявленных в готовом виде, наличие многочисленных существенных ошибок, нарушение методических указаний в оформлении ДКР, отсутствие списка использованных источников
Зачтено	Раскрытие сущности вопросов, развернутое описание и объяснение, методики расчета, подтверждение аргументами, фактами и расчетами, формулирование выводов, отсутствие существенных ошибок и нарушений методических указаний в оформлении ДКР

**Приложение А**

Форма титульного листа для домашней контрольной работы

Министерство образования Республики Беларусь

Филиал учреждения образования

«Брестский государственный технический университет»

Политехнический колледж

Машиностроительное отделение

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1**Техническая механика

Вариант № 55

Преподаватель

А.С.Кирилюк

Выполнил учащийся

А.Н.Некрашевич

4 курса

группы Мз23

специальности

2-36 01 31 «Металлорежущие

станки и

инструменты»

Шифр учащегося \_\_\_\_\_

2023

## Приложение Б

### Примеры решения задач для домашней контрольной работы

#### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

#### Задача 1 – 10

Следует решать после изучения темы 1.

*Последовательность решения задачи:*

1. Изобразить балку вместе с нагрузками.
2. Освободить балку от связей, заменив их действие реакциями. Реакция стержня направлена вдоль стержня. Направление реакции шарнира неизвестно, поэтому разлагаем на две составляющие  $R_{Ay}$ ,  $R_{Ax}$ .
3. Выбрать расположение координатных осей, совместив ось  $x$  с балкой, а ось  $y$  направив перпендикулярно оси  $x$ .
4. Составить уравнения равновесия статики для плоской системы произвольно расположенных сил таким образом и в такой последовательности, чтобы решением каждого из этих уравнений было определение одной из неизвестных реакций опор.
5. Проверить правильность найденных опорных реакций по уравнению, которое не было использовано в задаче.
6. Найти полную реакцию шарнира А.

*Пример 1:* Определить реакции шарнира А и стержней ВС.

1. Изобразим балку с действующими на неё нагрузками (рисунок 2).
2. Освободим балку от опор заменив их действие реакциями.
3. Выбираем на направлении координатных осей.

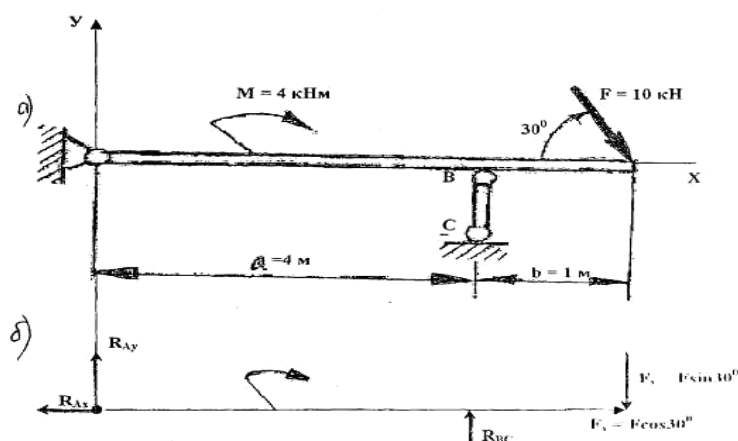


Рисунок 2 - Балка с действующими на нее нагрузками

4. Составляем уравнение равновесия статики и определяем неизвестные реакции опор:

а) Определяем реакцию стержня ВС

$$\Sigma M_A = M - R_{BC} \cdot a + F \sin 30^0 (a+b) = 0, \quad (1)$$

$$R_{BC} = \frac{M + F \sin 30^0 (a+b)}{a} = \frac{4 + 10 \cdot 0,5(4+1)}{4} = 7,25 \quad (2)$$

б) Определяем вертикальную составляющую реакции шарнира А

$$\Sigma M_B = R_{Ay} \cdot a + M + F \sin 30^0 \cdot b = 0, \quad (3)$$

$$R_{Ay} = \frac{-M - F \sin 30^0 \cdot b}{a} = \frac{-4 - 10 \cdot 0,5 \cdot 1}{4} = \frac{-10}{4} = -2,25 \quad (4)$$

в) Определяем горизонтальную составляющую реакции

$$\Sigma X_i = 0, \quad -R_{Ax} + F \cos 30^0 = 0, \quad (5)$$

$$R_{Ax} = 10 \cdot 0,866 = 8,66 \approx 8,7. \quad (6)$$

г) Проверяем правильность найденных результатов

$$\Sigma Y_i = 0, \quad R_{Ay} + R_{BC} - F \sin 30^0 = 0, \quad (7)$$

$$-2,25 + 7,25 - 10 \cdot 0,5 = 0. \quad (8)$$

5. Находим полную реакцию шарнира А и угол наклона ее к оси балки

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{(8,7)^2 + (-2,25)^2} = 9 \text{ кН}, \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_{Ay}}{R_{Ax}} = \frac{2,25}{8,7} = 0,259, \quad (10)$$

$$\alpha = 14^0 30'.$$

### Задачи 11 – 30

Следует решать после изучения темы «Кинематика».

### Задачи 11 – 20

На обод колеса диаметром  $d = 0,4$  м намотана нить (рисунок 3), на которой повесили груз  $P$ . В некоторый момент груз начинает падать с постоянным ускорением  $a$  и проходит за  $t = 4$  с, путь  $S = 6$  м. Определить конечную скорость  $v_k$ , ускорение  $a$ , нормальное ускорение  $a_n$ , угловую скорость  $\omega$  и ускорение  $\varepsilon$ , а также угол поворота  $\varphi$  в конце 4-й секунды.

*Решение:* Система состоит из трех тел: колеса, груза и нити. Колесо совершает вращательное движение, а груз и свисающая нить – поступательное.

$t = 4$  с,  $S = 6$  м,  $d = 0,4$  м.

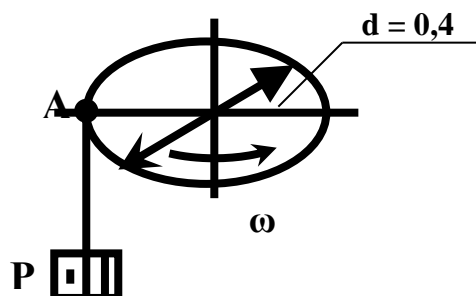


Рисунок 3 – Намотка нити на обод колеса

1. Закон движения груза при  $v_0 = 0$  и  $S = \frac{at^2}{2}$  (11)

2. Отсюда постоянное ускорение  $a = \frac{2S}{t^2} = \frac{2 \cdot 6}{16} = 0,75 \text{ м/с}^2$  (12)

3. Конечная скорость и нормальное ускорение в конце 4-й секунды составляют:

$$v_k = at = 0,75 \cdot 4 = 3 \text{ м/с}^2,$$

$$a_n = \frac{v_k^2}{r} = \frac{3^2}{0,2} = \frac{9}{0,2} = 45 \text{ м/с}^2. \quad (13)$$

4. Найдем угловую скорость, угловое ускорение

$$v = \omega r, \quad (14)$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{3}{0,2} = 15 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad (15)$$

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t} = \frac{15}{4} = 3,75 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}. \quad (16)$$

5. За 4 секунды колесо поворачивается на угол  $\varphi$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (17)$$

$$\omega_0 = 0. \quad (18)$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{3,75 \cdot 4^2}{2} = 30 \text{ рад}. \quad (19)$$

### Задачи 21–30

В задачах 21,23,25,27 и 29 рассматривается как равномерное, так и равнопеременное движение точки. При решении этих задач используются готовые формулы и уравнения, выведенные в учебниках. При использовании формул для равнопеременного движения нужно помнить, что входящее в них ускорение  $a_t$  есть не что иное, как касательное ускорение точки, и что при криволинейном движении точка приобретает еще и нормальное ускорение  $a_n$ .

В задачах 22,24 и 26 рассматривается равнопеременное вращательное движение тела и для решения их в учебниках также имеются готовые уравнения и формулы. Перед тем как приступить к решению этих задач учащимся нужно твердо усвоить, что скорость вращения тела характеризуется либо угловой скоростью  $\omega$ , выражаемой в рад/с, либо частотой вращения  $n$ , выражаемой в об/мин; причем

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \text{ или } n = \frac{30\omega}{\pi}. \quad (20)$$

В задачах 28 и 30 рассматриваются нечастные случаи движения. Для решения этих задач используются известные дифференциальные зависимости.

В ходе решения всех задач нужно следить за наименованием единиц величин. Все значения величин, подставляемые в формулы, должны выражаться в согласованных единицах СИ. Решение всех этих задач для наглядности и самоконтроля за ходом решения целесообразно иллюстрировать рисунком.

Кинематические графики в задачах 27 и 29 необходимо размещать один под другим, соблюдая во всех графиках один и тот же масштаб по оси времени.

### **Задачи 31–50**

Эти задачи надо решать после изучения темы «Динамика».

*Последовательность решения задачи:*

1. выделить точку, движение которой рассматривается в данной задаче, и указать направление ускорения этой точки;
2. приложить к точке все активные (заданные) силы, действующие на нее;
3. освободить точку от связей, заменив их действие реакциями;
4. к полученной системе сил добавить силу инерции, учитывая, что ее линия действия совпадает с линией вектора ускорения точки, но направление противоположно вектору ускорения;
5. выбрать расположение осей координат, составить два уравнения статики ( $\sum X_i = 0$  и  $\sum Y_i = 0$ ) и, решив эти уравнения, определить требуемые величины.

Если на точку вместе с приложенной силой инерции действуют три силы, то задачу можно решить, применив графоаналитический метод, т.е. построив силовой треугольник.

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

### **Задачи 51 – 60**

*Последовательность решения задачи:*

1. Разбить брус на участки, начиная от свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, а для напряжений также и места изменения размеров поперечного сечения.

2. Определить по методу сечений продольную силу для каждого участка (ординаты эпюры  $N$ ) и построить эпюру продольных сил  $N$ . Проведя параллельно оси бруса базовую (нулевую) линию эпюры, отложить перпендикулярно ей в произвольном масштабе получаемые значения ординат. Через концы ординат провести линии, поставить знаки и заштриховать эпюру линиями, параллельными ординатам.

3. Для построения эпюры нормальных напряжений определяем напряжения в поперечных сечениях каждого из участков. В пределах



каждого участка напряжения постоянны, т.е. эпюра на данном участке изображается прямой, параллельной оси бруса.

4. Перемещения свободного конца бруса определяем как сумму удлинений (укорочений) участков бруса, вычисленных в формуле Гука. Прежде чем приступить к решению задач, следует изучить тему 2.2. Цель задачи: а) научить определять продольную силу и нормальные напряжения в сечении ступенчатого бруса (стержня) при действии на него нескольких внешних сил; б) научить строить эпюры  $N$  и  $\sigma$ , графики изменения продольной силы  $N$  и нормального напряжения  $\sigma$  по длине бруса.

*Пример:* По оси стального ступенчатого стержня (рисунок 4, а) приложены  $F_1$  и  $F_2$ , значения которых, а также площади поверенных сечений и длины участков указаны на рисунке. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений и определить полное удлинение стержня. Модуль продольной упругости материала стержня  $E = 2 \cdot 10^5$  МН/м<sup>2</sup>.

*Решение.* Верхний конец стержня (рисунок 4) жестко заделан. Нижний конец свободен. Прежде чем приступить к определению внутренних сил, разбиваем стержень на отдельные участки начиная со свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы или в которых изменяются размеры поперечного сечения стержня. Рассмотрим брус по высоте. Первый участок  $AB$  от точки приложения силы  $F_1$ , т.е. от нижнего торца бруса до сечения, в котором происходит изменение его размеров. Второй участок  $BC$  до сечения, в котором приложена сила  $F_2$ . Третий участок  $CD$  от места приложения силы  $F_2$  до заделки.

Пользуясь методом сечений, определяем значения внутренних продольных сил в сечениях стержня. Поскольку нижний конец не закреплен, удобнее начинать именно с него, не определяя реакций заделки стержня. Проводим сечение I – I в пределах первого участка. Необходимо представить сечение I – I как бы скользящим, что позволяет просматривать участок по высоте стержня.

Мысленно отбросим верхнюю часть до сечения I – I (рисунок 4, б) и, рассматривая оставшуюся нижнюю часть в состоянии равновесия, составим уравнение проекций сил на ось  $y$ :  $N_1 - F_1 = 0$ , откуда  $N_1 = F_1 = 150$  кН = 0,15 МН.

Продольная сила положительна, следовательно, на участке  $AB$  имеет место растяжение.

Проводим сечение II – II на участке  $BC$  стержня и отбросим верхнюю часть (рисунок 4, в). По аналогии с предыдущим записываем уравнение равновесия  $N_2 - F_1 = 0$  и находим из него  $N_2 = 150$  кН = 0,15 МН. Участок  $BC$  также растянут.

Проводим сечение III – III на участке  $CD$  я отбрасывая верхнюю часть стержня (рисунок 4, г), запишем уравнение равновесия нижней части:  $N_3 + F_2 - F_1 = 0$ , отсюда  $N_3 = F_1 - F_2 = 150 - 200 = -50$  кН = -0,05 МН.

Продольная сила отрицательна, а следовательно, третий участок стержня сжат.

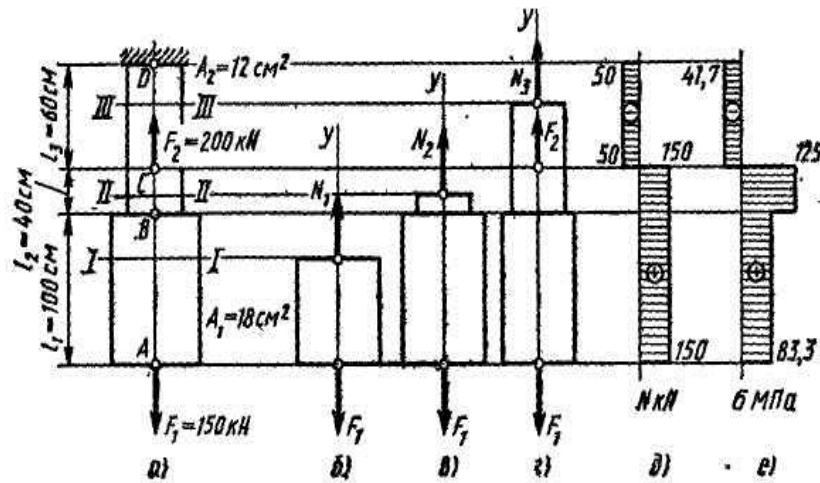


Рисунок 4 – Эпюры продольных сил

Зная продольную силу на каждом из трех участков, определим значения нормальных напряжений, имея в виду, что  $A_1 = 18 \text{ см}^2 = 0,0018 \text{ м}^2$ ;  $A_2 = 12 \text{ см}^2 = 0,0012 \text{ м}^2$ :

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,15}{0,0018} = 83,3 \text{ МПа (растяжение);} \quad (21)$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,15}{0,0012} = 125 \text{ МПа (растяжение);} \quad (22)$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{0,05}{0,0012} = -41,7 \text{ МПа (сжатие)} \quad (23)$$

По найденным значениям  $N$  и  $\sigma$  строим их эпюры (рисунок 4, д, е). Для этого проводим две прямые (базовые линии), параллельные оси стержня. Каждой точке этой прямой соответствует определенное сечение стержня. Считая прямые за нулевые линии, откладываем вправо и влево от них соответственно положительные и отрицательные значения  $N$  и  $\sigma$ . Знаки на эпюрах ставятся обязательно. Подписываем значения отложенных ординат. Эпюры штрихуются линиями, перпендикулярными нулевой линии. Длина каждого штриха выражает значение той или другой величины в соответствующем сечении стержня бруса.

Определяем полное удлинение стержня

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} + \frac{N_2 l_{21}}{EA_2} + \frac{N_3 l_{31}}{EA_2}. \quad (24)$$

Подставим числовые значения, получим

$$\Delta l = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \left( \frac{0,15 \cdot 1,0}{0,0018} + \frac{0,15 \cdot 0,40}{0,0012} - \frac{0,05 \cdot 0,60}{0,0012} \right) = 0,00054 \text{ м} = 0,54 \text{ мм}. \quad (25)$$

**Задачи 61 – 70**

*Последовательность решения задачи:*

1. Определить внешние скручивающие моменты по формуле

$$M = P/\omega, \quad (26)$$

где  $P$  – мощность,

$\omega$  – угловая скорость.

2. Определить уравнивающий момент, используя уравнение равновесия  $\Sigma M = 0$ , так как при равномерном вращении вала алгебраическая сумма приложенных к нему внешних скручивающих (вращающих) моментов равна нулю.

3. Пользуясь методом сечений, построить эпюру крутящих моментов по длине вала.

4. Для участка вала, в котором возникает наибольший крутящий момент, определить диаметр вала для круглого сечения из условий прочности и жесткости.

*Из условия прочности:*

$$\tau_{\max} \leq [\tau_k] \quad (27)$$

Здесь  $\tau_{\max} = M_{z \max}/W_p$ , где  $M_{z \max}$  – наибольший крутящий момент;  $W_p$  – полярный момент сопротивления кручению;  $[\tau_k]$  – допустимое касательное напряжение.

Учитывая, что для круглого сечения  $W_p = \pi d^3/16$  и используя условия прочности, можно получить уравнение  $16M_{z \max} / \pi d^3 = [\tau_k]$ , откуда определяется необходимый по прочности диаметр поперечного сечения вала

$$d = \sqrt[3]{16W_p / \pi}$$

*Из условия жесткости*

$$\varphi_{0\max} \leq [\varphi_0]. \quad (28)$$

Здесь  $\varphi_{\max} = M_{z \max}/(GI_p)$ , где  $I_p$  – полярный момент инерции сечения;  $G$  – модуль упругости при сдвиге  $[\varphi_0]$  – допускаемый угол закручивания сечения.

Учитывая, что для круглого сечения  $I_p = \pi d^4/32$ , и используя условие жесткости, можно получить уравнение:

$$\frac{32M_{z \max}}{G\pi d^4} = [\varphi_0] \quad (29)$$

откуда определяется необходимый по жесткости диаметр поперечного сечения вала:

$$d = \sqrt[4]{32I_p / \pi} \quad (30)$$

Из двух полученных диаметров вала выбрать наибольший.

*Пример:* Для стального вала (рисунок 11) круглого поперечного сечения по длине (рисунок 11, а) требуется:

1. Определить значения моментов  $M_2$  и  $M_3$ , соответствующие передаваемым мощностям  $P_2$  и  $P_3$ , а также уравновешивающий момент  $M_1$ .
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. Определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость, если  $[\tau_k] = 30$  МПа;  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м;  $P_2 = 52$  кВт;  $P_3 = 50$  кВт;  $\omega = 20$  рад/с;  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

Окончательное значение диаметра округлить до ближайшего четного (или оканчивающегося на пять) числа.

*Решение:*

1. Определяем величины внешних скручивающих моментов  $M_2$  и  $M_3$ :

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{52 \cdot 10^3}{20} = 2600 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (31)$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{50 \cdot 10^3}{20} = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (32)$$

2. Определяем уравновешивающий момент  $M_1$ :

$$\sum M = 0; \quad -M_1 + M_2 + M_3 = 0; \quad M_1 = M_2 + M_3 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (33)$$

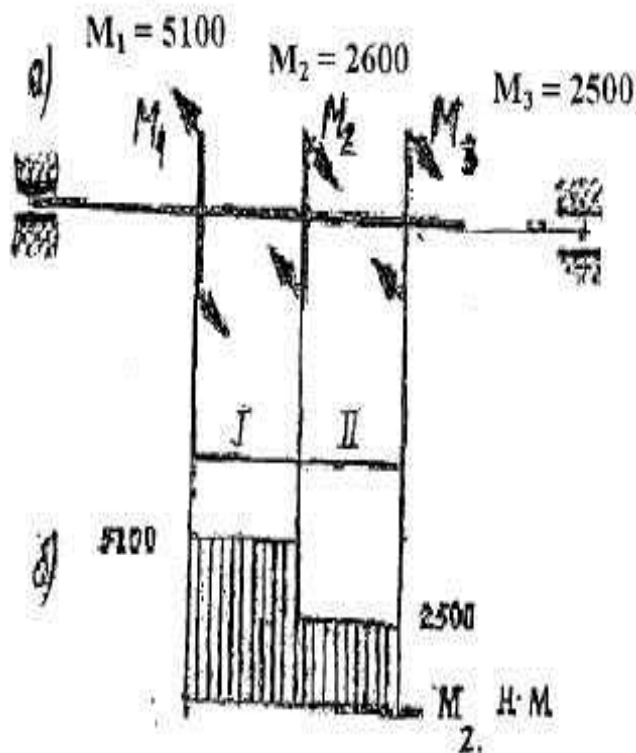


Рисунок 5 – Эпюра крутящих моментов

3. Строим эпюру  $M_z$  (рисунок 11, б).

4. Определяем диаметр вала из условий прочности и жесткости.  $M_{z \max} = 5100$  Н·м (рисунок 5, б).

*Из условия прочности:*

$$d = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}}, \text{ где } W_p = \frac{M_{z \max}}{[\tau_k]} = \frac{5100}{30 \cdot 10^6} = 170 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 170 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 \quad (34)$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 170 \cdot 10^3}{3,14}} = 95,2 \text{ мм}. \quad (35)$$

Принимаем  $d = 95$  мм.

*Из условия жесткости*

$$d = \sqrt[4]{\frac{32I_p}{\pi}}, \quad (36)$$

$$\text{где } I_p = \frac{M_{z \max}}{G[\varphi_0]} = \frac{5100}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,02} = 3,19 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4 = 3,19 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4. \quad (37)$$

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3,19 \cdot 10^4}{3,14}} = 75,5 \text{ мм}. \quad (38)$$

Принимаем  $d = 76$  мм.

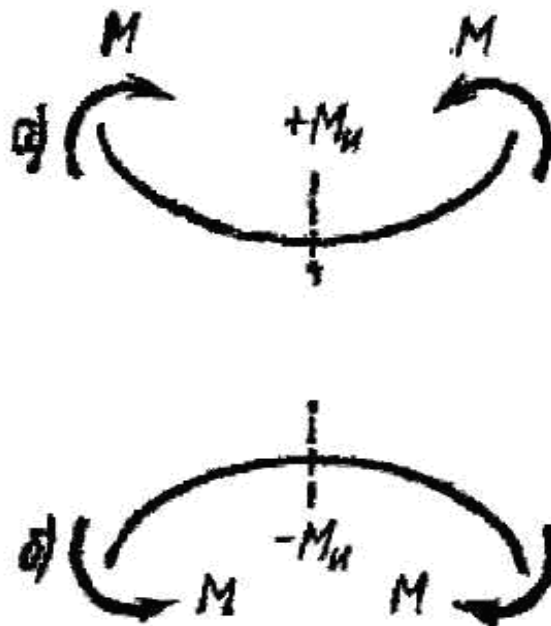
Требуемый размер сечения получился больше из расчета на прочность, поэтому его принимаем как окончательный:  $d = 95$  мм.

### Задачи 71 – 80

К решению этой задачи следует приступить после изучения темы «Изгиб». Изгиб – это такой вид деформации бруса, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы; такой изгиб называют поперечным; если поперечные силы не возникают, изгиб называют чистым. Изгибающий момент  $M_{из}$  в произвольном поперечном сечении бруса численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть, относительно центра тяжести сечения:  $M_{из} = \sum M$ . Поперечная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих на отсеченную часть:  $Q = \sum F$ . Причем все внешние силы и моменты действуют в главной продольной плоскости бруса и расположены перпендикулярно продольной оси бруса.

*Правило знаков для поперечной силы:* силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки, приписывается знак плюс (рисунок 6, а), а силам,

поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения против хода часовой стрелки, приписывается знак минус (рисунок 6, б).



**Рисунок 6 – Правила знаков моментов**

*Правило знаков для изгибающих моментов:* внешним моментам, изгибающим мысленно закрепленную в рассматриваемом сечении отсеченную часть бруса выпуклостью вниз, приписывается знак плюс (рисунок 6, а), а моментам, изгибающим отсеченную часть бруса выпуклостью вверх – знак минус (рисунок 6, б).

Между выражениями изгибающего момента  $M_x$ , поперечной силы  $Q_y$  и интенсивностью распределенной нагрузки  $q$  существуют дифференциальные зависимости:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y; \quad \frac{dQ_y}{dz} = -q. \quad (39)$$

На основе метода сечений и дифференциальных зависимостей устанавливается взаимосвязь эпюр  $M_x$  и  $Q_y$  между собой с внешней нагрузкой, поэтому достаточно вычислить ординаты эпюр для характерных сечений и соединить их линиями.

*Характерными* являются сечения балки, где приложены сосредоточенные силы и моменты (включая опорные сечения), а также сечения, ограничивающие участки с равномерно распределенной нагрузкой. Приведем некоторые правила построения эпюр.

*Для эпюры поперечных сил:*

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра изображается прямой, наклоненной к оси балки.

2. На участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра изображается прямой, параллельной оси балки.

3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, поперечная сила не изменяет своего значения.

4. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, эпюра поперечных сил меняется скачкообразно на значение, равное приложенной силе.

5. В концевом сечении балки поперечная сила численно равна сосредоточенной силе (активной или реактивной), приложенной в этом сечении. Если в концевом сечении балки не приложена сосредоточенная сила, то поперечная сила в этом сечении равна нулю.

*Для эпюры изгибающих моментов.*

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра моментов изображается квадратичной параболой. Выпуклость параболы направлена навстречу нагрузке.

2. На участке, свободнее от равномерно распределенной нагрузкой, эпюра Моментов изображается прямой линией.

3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, изгибающий момент меняется скачкообразно на значение, равное моменту приложенной пары.

4. Изгибающий момент в концевом сечении балки равен нулю, если в нем не приложена сосредоточенная пара сил. Если же в концевом сечении приложена активная или реактивная пара сил, то изгибающий момент в этом сечении равен моменту приложенной пары.

5. На участке, где поперечная сила равна нулю, балка испытывает чистый изгиб, и эпюра изгибающих моментов изображается прямой, параллельной оси балки.

6. Изгибающий момент принимает экстремальное значение в сечении, где эпюра поперечных сил проходит через нуль, меняя знаки с «+» на «-» или с «-» на «+».

В рассматриваемой задаче требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, а также подобрать размеры поперечного сечения балки, выполненной из прокатного профиля – двутавра.

Условие прочности для балок с сечениями, симметричными относительно нейтральной оси, имеет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x_{\max}}}{W_x} \leq [\sigma], \quad (40)$$

где  $W_x$  – осевой момент сопротивления сечения.

Для подбора сечения балки (проектного расчета) из условия прочности определяют необходимое значение осевого момента сопротивления:

$$W_x \geq M_{x_{\max}} / [\sigma]. \quad (41)$$

По найденному моменту сопротивления  $W_x$  подбирают соответствующее сечение по сортаменту.

Для закрепления одним концом балки расчет целесообразно вести со свободного конца (чтобы избежать определения опорных реакций в заделке).

*Последовательность решения задачи:*

1. Балку разделить на участки по характерным точкам.
2. определить вид эпюры поперечных сил на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить поперечные силы в характерных сечениях и построить эпюру поперечных сил.
3. Определить вид эпюры изгибающих моментов на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить изгибающие моменты в характерных сечениях и построить эпюру изгибающих моментов. Для определения экстремальных значений изгибающих моментов дополнительно определить моменты в сечениях, где эпюра поперечных сил проходит через нуль.
4. Для подбора сечения из условия прочности определить  $W_x$  где изгибающий момент имеет наибольшее по модулю значение.

*Пример:* Для заданной двухопорной балки (рисунок 7, а) определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и определить размеры поперечного сечения ( $h$ ,  $b$ ,  $d$ ) форме прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника  $h/b = 1,5$ . Считать  $[\sigma] = 160$  МПа.

1. Определяем опорные реакции и проверяем их найденные значения:

$$\sum M_D = 0; \quad \sum M_D = -M_1 + F_2 \cdot CD + M_2 + R_B \cdot BD - F_1 \cdot OD = 0; \quad (42)$$

$$R_B = \frac{M_1 - F_2 \cdot CD - M_2 + F_1 \cdot OD}{BD} = \frac{20 - 30 \cdot 6 - 10 + 18 \cdot 15}{10} = 10 \text{ кН}; \quad (43)$$

$$\sum M_B = 0; \quad \sum M_B = -F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - R_D \cdot BD - M_1 = 0; \quad (44)$$

$$R_D = \frac{-F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - M_1}{BD} = \frac{-18 \cdot 5 + 10 - 30 \cdot 4 - 20}{10} = -22 \text{ кН}. \quad (45)$$



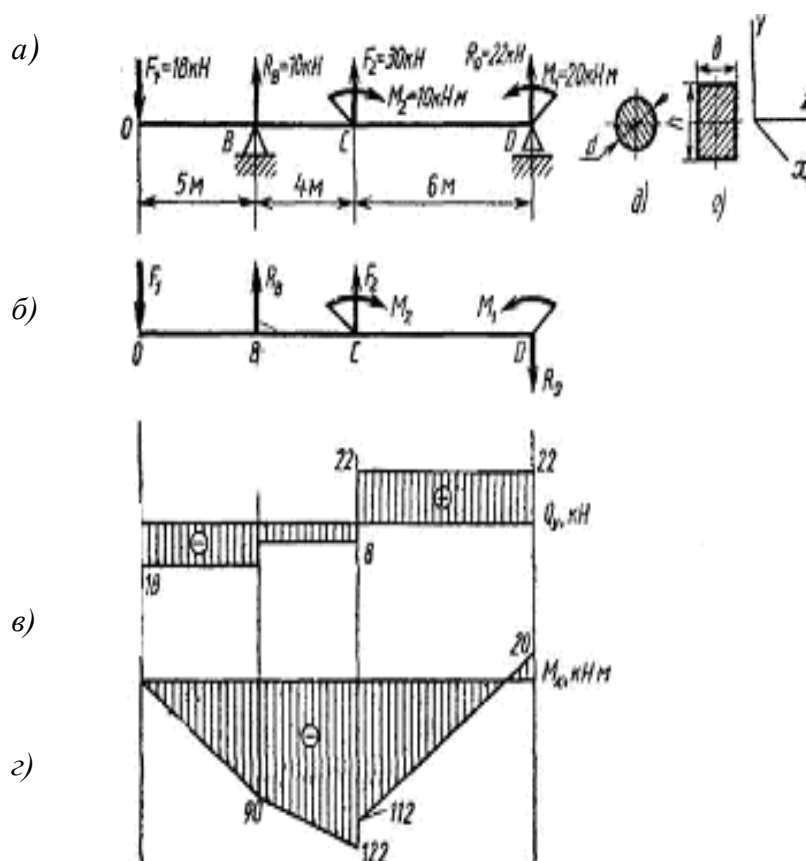


Рисунок 7 – Эпюра поперечных сил и крутящих моментов

Так как реакция  $R_D$  получилась со знаком минус, то изменяем первоначальное направление на противоположное. Истинное направление реакции  $R_D$  – вниз (рисунок 7, б).

Проверка:  $\Sigma Y = -F_1 + R_B + F_2 - R_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0$ .

Условие статики  $\Sigma Y$  выполняется, следовательно, реакции опор определены верно. При построении эпюр используем только истинные направления реакций опор.

2. Делим балку на участки по характерным точкам  $O, B, C, D$  (рисунок 7, б).

3. Определяем ординаты и строим эпюру  $Q_y$  (рисунок 7, в) слева направо:

$$Q_O^{np} = -F_1 = -18 \text{ кН};$$

$$Q_H^{neg} = -F_1 = -18 \text{ кН};$$

$$Q_B^{np} = -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН};$$

$$Q_C^{neg} = -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН};$$

$$Q_C^{np} = -F_1 + R_B + F_2 = -18 + 10 + 30 = 22 \text{ кН};$$

$$Q_D^{neg} = -F_1 + R_B + F_2 = 22 \text{ кН}.$$

4. Вычисляем ординаты и строим эпюры  $M_x$  (рисунок 7, г):

$$M_0 = 0;$$

$$M_B = -F_1 \cdot AB = -18 \cdot 5 = -90 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_C^{neg} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_C^{np} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC + M_2 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -112 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D^{lee} = -F_1 \cdot OD + R_B \cdot BD + M_2 + F_2 \cdot CD = -18 \cdot 15 + 10 \cdot 10 + 10 + 30 \cdot 6 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

5. Вычисляем размеры сечения данной балки из условий прочности на изгиб по двум вариантам: а) сечение – прямоугольник с заданным соотношением сторон (рисунок 7, е);

б) сечение – круг (рисунок 7, д). Вычисление размеров прямоугольного сечения:

$$W_x = \frac{M_{x_{\max}}}{[\sigma]} = \frac{122 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,76 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 0,762 \cdot 10^6 \text{ мм}^3. \quad (46)$$

Из формулы  $W_x = \frac{bh^2}{6}$ , учитывая, что  $h = 1,5b$ , находим

$$b = \sqrt[3]{\frac{6W_x}{2,25}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0,762 \cdot 10^6}{2,25}} = 10^2 \sqrt[3]{2,06} = 127 \text{ мм}. \quad (47)$$

Из формулы  $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$  находим диаметр круглого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0,762 \cdot 10^6}{3,14}} = 196 \text{ мм}. \quad (48)$$

### Задачи 81 – 90

Для решения данной задачи необходимо усвоить тему «Гипотезы прочности и их применение», так как в задачах 81–90 рассматривается совместное действие изгиба и кручения и расчет производится с применением гипотез прочности.

Условие прочности в этом случае имеет вид

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma], \quad (49)$$

где  $M_{\text{экв}}$  – так называемый эквивалентный момент.

По гипотезе наибольших касательных напряжений (иначе – третья гипотеза):

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_u^2 + M_k^2}. \quad (50)$$

По гипотезе потенциальной энергии формоизменения (иначе – пятая гипотеза):

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_u^2 + 0,75M_k^2}. \quad (51)$$

В обеих формулах  $M_k$  – наибольший крутящий момент в поперечном сечении вала;  $M_u$  – наибольший суммарный изгибающий момент, его числовое значение равно геометрической сумме изгибающих моментов, возникающих в данном сечении от вертикально и горизонтально Действующих внешних сил, т.е.

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \text{ или } M_u^2 = M_x^2 + M_y^2. \quad (52)$$

*Последовательность решения задачи:*

1. Привести действующие на вал нагрузки к его оси, освободить вал от опор, заменив их действие реакциями в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

2. По заданной мощности  $P$  и угловой скорости  $\omega$  определить вращающие моменты, действующие на вал.

3. Вычислить нагрузки  $F_1, F_{r1}, F_2$  и  $F_{r2}$ , приложенные к валу:

4. Составить уравнения равновесия всех сил, действующих на вал, отдельно в вертикальной плоскости и отдельно в горизонтальной плоскости и определить реакции опор в обеих плоскостях.

5. Построить эпюру крутящих моментов.

6. Построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях (эпюры  $M_x$  и  $M_y$ ).

7. Определить наибольшее значение эквивалентного момента:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}; \text{ или} \quad (53)$$

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}. \quad (54)$$

8. Положив  $\sigma_{\text{экв}} = [\sigma]$ , определить требуемый осевой момент сопротивления:  $W_x = M_{\text{экв}} / [\sigma]$ .

Учитывая, что для сплошного круглого сечения

$$W_u = \frac{\pi d_b^3}{32} \approx 0,1d_b^3, \quad (55)$$

определяем  $d$  по следующей формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв}}}{\pi[\sigma]}} \approx \sqrt{0,1[\sigma]}. \quad (56)$$

*Пример:* Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами (рисунок 8, а), передающего мощность  $P = 15$  кВт при угловой скорости  $\omega = 30$  рад/с, определить диаметр вала по двум вариантам: а) используя III гипотезу прочности; б) используя V гипотезу прочности. Принять:  $[\sigma] = 160$  МПа;  $F_{r1} = 0,4F_1$ ;  $F_{r2} = 0,4F_2$ .

1. Составляем расчетную схему вала, приводя действующие на вал нагрузки к оси (рисунок 14, б). При равномерном вращении вала  $M_1 = M_2$ , где  $M_1$  и  $M_2$  – скручивающие пары, которые добавляются при переносе сил  $F_1$  и  $F_2$  на ось вала.

2. Определяем вращающий момент, действующий на вал:  $M_1 = M_2 = P/\omega = 0,5 \cdot 10^3$  Н·м;

3. Вычислим нагрузки, приложенные к валу:

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{15}{30} = 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м} = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Нм}. \quad (57)$$

$$F_1 = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН};$$

$$F_2 = \frac{dM_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,25} = 4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 4 \text{ кН};$$

$$F_{r1} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН}; F_{r2} = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ кН}.$$

4. Определяем реакции опор в вертикальной плоскости YOZ (рисунок 8, б):

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= F_{r_1} \cdot AC + F_{r_2} \cdot AD - R_{B_y} \cdot AB = 0; \\ R_{B_y} &= \frac{F_{r_1} \cdot AC + F_{r_2} \cdot AD}{AB} = \frac{4 \cdot 0,05 + 1,6 \cdot 0,25}{0,3} = 2 \text{кН}; \\ \Sigma M_B &= F_{A_y} \cdot AB + F_{r_2} \cdot BC - F_{r_1} \cdot DB = 0; \\ R_{A_y} &= \frac{F_{r_1} \cdot BC + F_{r_2} \cdot DB}{AB} = \frac{4 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,05}{0,3} = 3,6 \text{кН}; \\ \Sigma Y &= R_{A_y} - F_{r_1} - F_{r_2} + R_{B_y} = 2 - 4 - 1,6 + 3,6 = 0.\end{aligned}$$

$\Sigma Y = 0$ , следовательно,  $R_{A_y}$  и  $R_{B_y}$  найдены правильно.

Определяем реакции опор в горизонтальной плоскости xOz (рисунок 8, б):

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= F_1 AC - F_2 AD - R_{B_x} AB = 0; \\ R_{B_x} &= \frac{F_1 AC - F_2 AD}{AB} = \frac{10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25}{0,3} = -1,66 \text{кН}.\end{aligned}$$

Минус указывает на то, что истинное направление реакции  $R_{B_x}$  противоположно выбранному (см. рисунок 14, б):

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= R_{A_x} AB - F_1 CB + F_2 DB = 0; \\ R_{A_x} &= \frac{F_1 CB - F_2 DB}{AB} = \frac{10 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,05}{0,3} = 7,66 \text{кН}; \\ \Sigma X &= R_{A_x} - F_1 + F_2 - R_{B_x} = 7,66 - 10 + 4 - 1,66 = 0;\end{aligned}$$

$\Sigma Y = 0$ , следовательно,  $R_{A_x}$  и  $R_{B_x}$  найдены верно.

5. Строим эпюру крутящих моментов  $M_z$  (рисунок 8, в).

6. Определяем ординаты и строим эпюры изгибающих моментов  $M_x$  в вертикальной плоскости и эпюры  $M_y$  в горизонтальной плоскости (рисунок 8, г, д):

$$\begin{aligned}M_{C_x} &= R_{A_y} AC = 3,6 \cdot 0,05 = 0,18 \text{кН} \cdot \text{м}; \\ M_{D_x} &= R_{A_y} AD - F_{r_1} CD = 3,6 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,2 = 0,1 \text{кН} \cdot \text{м}; \\ M_{C_y} &= -R_{A_x} AC = -7,66 \cdot 0,05 = -0,383 \text{кН} \cdot \text{м}; \\ M_{D_y} &= -R_{A_x} AD + F_{r_1} CD = -7,66 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,2 = -0,085 \text{кН} \cdot \text{м}.\end{aligned}$$

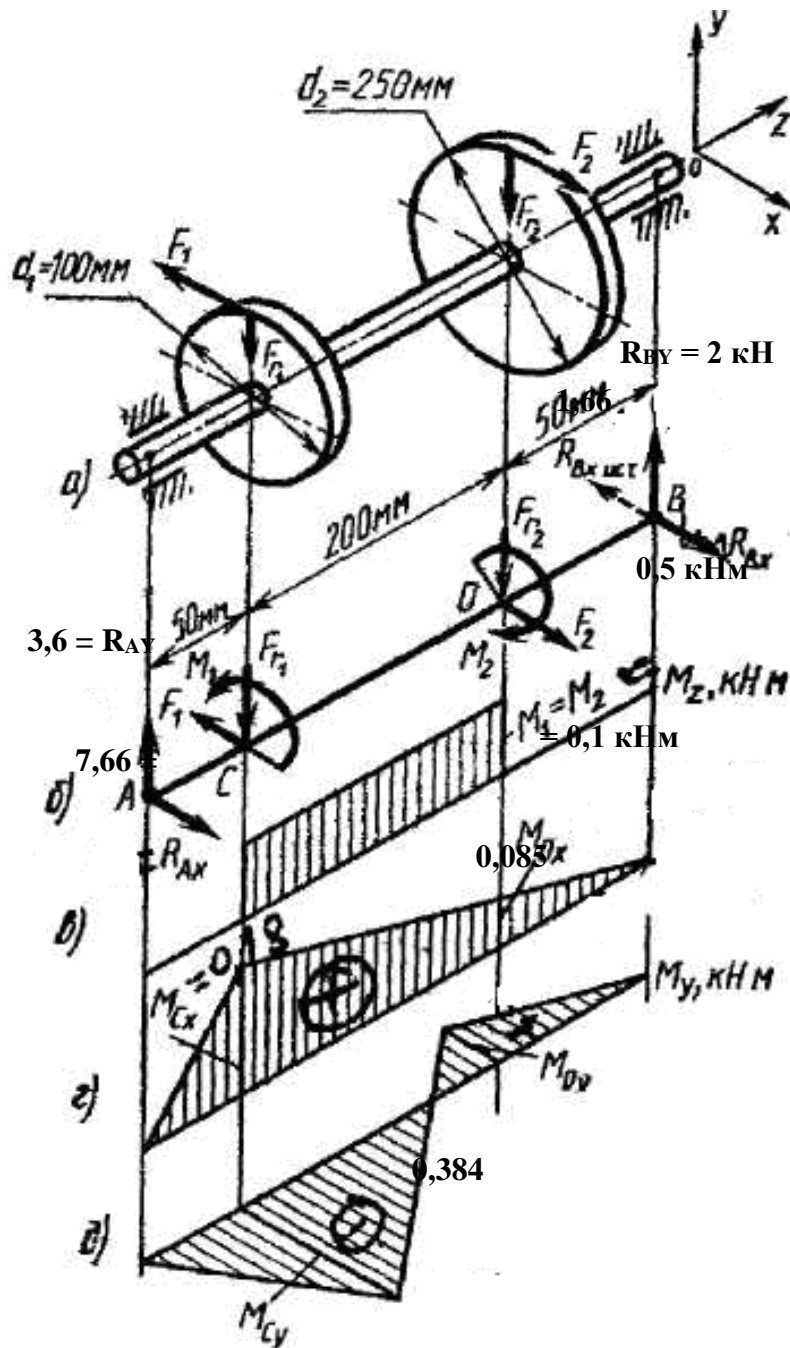


Рисунок 8 – Эпюры моментов по осям координат

7. Вычисляем наибольшее значение эквивалентного момента по заданным вариантам. Так как в данном примере значение суммарного изгибающего момента в сечении С больше, чем в сечении D:

$$M_{IC} = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2} = 0,423 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{ID} = \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,085^2} = 0,13 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

то сечение С и является опасным. Определяем эквивалентный момент в сечении С.

Вариант а:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,5^2} = \sqrt{0,429} = 0,655 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Вариант б:

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,75 \cdot 0,5^2} = \sqrt{0,366} = 0,605 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Положим  $\sigma_{\text{экв}} = [\sigma]$ , определим требуемый осевой момент сопротивления:

$$W_x = M_{\text{экв}} / [\sigma].$$

Учитывая, что для сплошного круглого сечения

$$W_u = \frac{\pi d_b^3}{32} \approx 0,1 d_b^3,$$

определяем  $d$  по следующей формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{экв}}}{\pi [\sigma]}} \approx \sqrt{0,1 [\sigma]},$$

отсюда

$$d = \sqrt[3]{\frac{0,605 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 33,5 \text{ мм}.$$

Округляем до 35 мм.